

3. 交換律、結合律及分配律

數的加法運算與乘法運算都符合交換律、結合律與分配律：

(1) 交換律

加法交換律：甲 + 乙 = 乙 + 甲

乘法交換律：甲 × 乙 = 乙 × 甲

(2) 結合律

加法結合律：甲 + 乙 + 丙 = (甲 + 乙) + 丙 = 甲 + (乙 + 丙)

乘法結合律：甲 × 乙 × 丙 = (甲 × 乙) × 丙 = 甲 × (乙 × 丙)

(3) 分配律

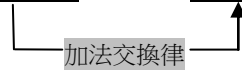
乘法對加法的分配律：甲 × (乙 + 丙) = 甲 × 乙 + 甲 × 丙

(甲 + 乙) × 丙 = 甲 × 丙 + 乙 × 丙

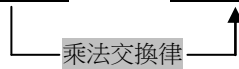
乘法對減法的分配律：甲 × (乙 - 丙) = 甲 × 乙 - 甲 × 丙

(甲 - 乙) × 丙 = 甲 × 丙 - 乙 × 丙

例：(1) $12 + 39 + 8 = 12 + 8 + 39 = 20 + 39 = 59$



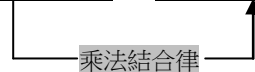
(2) $25 \times 19 \times 4 = 25 \times 4 \times 19 = 100 \times 19 = 1900$



(3) $(226 + 156) + 44 = 226 + (156 + 44) = 226 + 200 = 426$



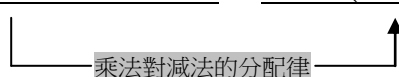
(4) $(186 \times 125) \times 8 = 186 \times (125 \times 8) = 186 \times 1000 = 186000$



(5) $25 \times 37 + 25 \times 63 = 25 \times (37 + 63) = 25 \times 100 = 2500$



(6) $400 \times 43 - 400 \times 18 = 400 \times (43 - 18) = 400 \times 25 = 10000$



例題：媽媽上超市，買 1 把 33 元的青菜、1 盒 28 元的雞蛋和 1 條 72 元的魚，共花了多少元？

解 1： $(33+28)+72=61+72=133$

加法結合律

解 2： $33+(28+72)=33+100=133$

例題：一分鐘有 60 秒，一小時有 60 分鐘，則一天共有多少秒？

解 1： $(60\times 60)\times 24=3600\times 24=86400$

乘法結合律

解 2： $60\times(60\times 24)=60\times 1440=86400$

例題：一個紅豆麵包 12 元，林媽媽買了 10 個，陳媽媽買了 8 個，林媽媽比陳媽媽多付幾元？

解 1：先算兩人各付多少錢，再相減。

$$12\times 10-12\times 8=120-96=24$$

解 2：先算林媽媽比陳媽媽多買幾個紅豆麵包。

乘法對減法的分配律

$$12\times(10-8)=12\times 2=24$$

跟著做做看

1

比較左右兩個算式，並在□中填入 = 或 ≠。

(1) $80-(50-20)$ □ $(80-50)-20$

(2) $72\div(8\div 4)$ □ $(72\div 8)\div 4$

(3) $200-40\div 8$ □ $(200-40)\div 8$

(4) $37\times 9-12\times 9$ □ $(37-12)\times 9$

(5) $26+14+35$ □ $26+(14+35)$

(6) $36\div 4\times 3$ □ $36\div(4\times 3)$

(7) $6\times(12+8)\div 4$ □ $6\times 12+8\div 4$

(8) $(23+17)\times 45$ □ $23+17\times 45$

2

計算下列各式的值。

(1) $40 - 22 \div 2 + 8$

(2) $168 \div 14 + 3 \times 7$

(3) $480 - (27 + 13) \times 9$

(4) $27 - 5 \times 3 + 162 \div (30 - 6 \times 4)$

(5) $37 + 14 \times 3 - 25$

(6) $24 \times 4 - 15 \times 5$

(7) $42 + 48 \div (2 \times 8)$

(8) $(15 + 12) \div 3 \times (11 - 9)$

3

利用交換律、結合律與分配律計算下列各式的值。

(1) $61 + 28 + 39$

(2) $20 \times 57 \times 5$

(3) $25 \times 28 + 25 \times 72$

(4) $99 \times 158 - 99 \times 58$

(5) $49 + 99 + 51$

(6) $4 \times 39 \times 25$

(7) $92 \times 67 + 92 \times 33$

(8) $199 \times 299 - 199 \times 199$

4

(1) 一箱雞蛋有 218 顆，早上賣了 63 顆，下午賣了 89 顆，還剩下多少顆雞蛋沒賣出？

賣了 89 顆，還剩下多少顆雞蛋沒賣出？

(2) 汽水一罐 20 元，果汁一瓶 35 元，買了 8 罐汽水與 14 瓶果汁，共要付多少錢？

5

(1)全班 32 人要去參觀黃金博物館，每人要繳門票 80 元和車資 120 元，全班共需要繳交多少元？

(2)某校舉辦啦啦隊比賽，共有 18 隊參加比賽，若每隊有男生 16 人及女生 12 人，請問參加比賽的男生比女生多幾人？

6

(1)小玉有 448 元，若她每天再存 26 元，則存了 2 個星期後，會有多少錢？

(2)某月刊雜誌訂閱一年須 1800 元，若是一次訂閱 2 年，則可優惠每月分期付款 135 元，問一次訂閱 2 年可便宜多少元？



請你來挑戰

1. 計算下列各式的值。

(1) $240 \times 25 + 460 \times 25$

(2) $1161 + 872 + 539 + 128$

(3) $4 \times 228 \times 125$

(4) 4300×299

2. 一盒巧克力有 8 顆，小芳上午裝了 127 盒，下午裝了 113 盒，請問小芳共裝了幾顆巧克力？

3. 姐姐體重的 3 倍是 135 公斤，弟弟體重的 4 倍是 96 公斤，請問姐弟兩人的體重相差多少公斤？

4. 小明走一步長 51 公分，小英走一步長 49 公分，若兩人同時同地同方向走了 15 步，則兩人相距多少公分？若兩人同時同地反方向走了 15 步，則兩人相距多少公分？

5. 香蕉 7 斤 245 元，媽媽買了 3 斤香蕉，付了 200 元，請問應該找回多少元？

1. 因數

若甲、乙兩數為整數，且甲數能被乙數整除(乙數不為 0)，則乙數為甲數的因數。

例： $16 \div 2 = 8 \cdots 0$ ，則 2 是 16 的因數。

例： $16 \div 5 = 3 \cdots 1$ ，則 5 不是 16 的因數。

例： $28 = 4 \times 7$ ，所以 4 是 28 的因數，7 也是 28 的因數。

例題：4 是不是 26 的因數？是不是 32 的因數？

解： $26 \div 4 = 6 \cdots 2 \rightarrow$ 不能整除，所以 4 不是 26 的因數。

$32 \div 4 = 8 \cdots 0 \rightarrow$ 可以整除，所以 4 是 32 的因數。

註 1 若甲數 = 乙數 \times 丙數(甲、乙、丙均為整數)，則乙數和丙數是甲數的「因數」。

註 2 每一個整數都可以寫成 1 和自己的乘積，所以每一個整數至少有 2 個因數(1 和自己本身)，而且最小的因數是 1，最大的因數是自己。

2. 質數與合數

一個大於 1 的整數，除了 1 和自己本身外，如果沒有別的因數，則我們稱此整數為「質數」；如果還有別的因數，我們就稱此整數為「合數」。

註 1 只有 1 個因數「1」，所以 1 不是質數，也不是合數。

例：3 的因數有：1、3。

4 的因數有：1、2、4。

5 的因數有：1、5。

6 的因數有：1、2、3、6。

所以「3 和 5」是質數；「4 和 6」是合數。

3. 倍數

若甲、乙兩數為整數，且甲數能被乙數整除(乙數不為 0)，則甲數為乙數的倍數。

例： $16 \div 2 = 8 \cdots 0$ ，則 16 是 2 的倍數； $16 \div 5 = 3 \cdots 1$ ，則 16 不是 5 的倍數。

例： $28 = 4 \times 7$ ，所以 28 是 4 的倍數，也是 7 的倍數。

例題：45 是不是 6 的倍數？是不是 9 的倍數？

解： $45 \div 6 = 7 \cdots 3 \rightarrow$ 不能整除，所以 45 不是 6 的倍數。

$45 \div 9 = 5 \cdots 0 \rightarrow$ 可以整除，所以 45 是 9 的倍數。

註 1：如果甲數是乙數的「倍數」，則乙數就是甲數的「因數」。

註 2：每一個整數都可以寫成 1 和自己的乘積，所以每一個整數都是 1 和自己本身的倍數，而且每個整數最小的倍數就是自己。

4. 判別 2、5、10 的倍數

(1) 2 的倍數：若個位數字為偶數「2、4、6、8、0」，則此數必為 2 的倍數。

(2) 5 的倍數：若個位數字為「5 或 0」，則此數必為 5 的倍數。

(3) 10 的倍數：若個位數字為「0」，則此數必為 10 的倍數。

例：2 的倍數有 2、4、6、8、10、……；

5 的倍數有 5、10、15、20、……；

10 的倍數有 10、20、30、……。

跟著做做看

1

寫出下列各數的因數。

(1) 26：

(5) 14：

(2) 60：

(6) 45：

(3) 42：

(7) 72：

2

(1)寫出下列各數在 1~65 中的倍數。

① 4 :

② 7 :

③ 16 :

(2)寫出下列各數在 29~95 中的倍數。

① 8 :

② 11 :

③ 18 :

3

(1)若□代表 0~9 中的某一整數，則：

① 567□ 如果是 2 的倍數，
則□ 可以是：_____。

② 567□ 如果是 5 的倍數，
則□ 可以是：_____。

③ 567□ 如果是 10 的倍數，
則□ 可以是：_____。

(2)在 185、224、349、550、622、686、
1000 這些數中，

① 2 的倍數有：_____。

② 5 的倍數有：_____。

③ 10 的倍數有：_____。

1. 公因數與最大公因數

如果整數甲同時為某幾個整數的因數時，我們稱甲數為這幾個整數的**公因數**，而公因數中最大的那一個數，則稱為這幾個數的**最大公因數**。

例：24 的因數有：1、2、3、4、6、8、12、24；

30 的因數有：1、2、3、5、6、10、15、30；

所以 24 和 30 的公因數有 1、2、3、6，其中 6 為最大公因數。

例題：求出 56 和 42 的最大公因數。

解：56 的因數有：1、2、4、7、8、14、28、56。

42 的因數有：1、2、3、6、7、14、21、42。

所以 56 和 42 的公因數有 1、2、7、14，其中 14 為 56 和 42 的最大公因數。

例題：媽媽炸了 60 個雞塊和 40 顆花枝丸，要平分到盤子裡(每盤都有雞塊和花枝丸)，如果每盤分到雞塊的數量相同，每盤分到花枝丸的數量也相同，則最多可分成幾盤，每盤裡的雞塊和花枝丸各有多少個？

解：60 的因數有：1、2、3、4、5、6、10、12、15、20、30、60。

40 的因數有：1、2、4、5、8、10、20、40。

60 和 40 的公因數有：1、2、4、5、10、20。

60 和 40 的最大公因數為 20，所以最多可以分成 20 盤。

$60 \div 20 = 3$ ， $40 \div 20 = 2$ ，所以每盤有 3 個雞塊 2 顆花枝丸。

2. 公倍數與最小公倍數

如果整數甲同時為某幾個整數的倍數時，我們稱甲數為這幾個整數的**公倍數**，而公倍數中，最小的那一個數，則稱為這幾個數的**最小公倍數**。

例：6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、……；

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、……；

6 和 8 的公倍數有 24、48、……，且 6 和 8 的最小公倍數為 24。

例題：求出 18 和 42 的最小公倍數。

解：18 的倍數有：18、36、54、72、90、108、126、144、……。

24 的倍數有：24、48、72、96、120、144、……。

18 和 24 的公倍數有 72、144、……，且 18 和 24 的最小公倍數為 72。

例題：甲公車每 16 分鐘發出一班車，乙公車每 12 分鐘發出一班車，如果早上 8 點整，甲、乙兩車同時出發，則下一次兩車同時開出的時間是幾分鐘後？

解：16 的倍數有：16、32、48、64、80、96、……。

12 的倍數有：12、24、36、48、60、72、84、96、……。

16 和 12 的公倍數有 48、96、……，且 16 和 12 的最小公倍數為 48。

所以下一次兩車同時開出的時間是 48 分鐘後。

跟著做做看

1

求出下列各組數的公因數與最大公因數。

(1) 48、64

(2) 60、72

(3) 27、45

(4) 14、35

(5) 30、36

(6) 84、40

2

求出下列各組數的 3 個公倍數與最小公倍數。

(1) 3、5

(2) 7、8

(3) 12、20

(4) 2、6

(5) 4、9

(6) 15、18

3

(1) 20 個男生和 16 個女生混合分組玩遊戲，每組中的男生人數一樣多，每組女生人數也一樣多，可以有幾種不同的分法？

(2) 把一張長 48 公分、寬 36 公分的厚紙板剪成大小一樣的正方形(邊長為整數)，請問有哪幾種分法？邊長各是幾公分？

4

(1) 有一條街道，從起點開始，每隔 4 公尺種一棵樹，每隔 10 公尺設一盞路燈，如果起點同時有種樹和設路燈，下一個同時又有樹和路燈的地方距離起點幾公尺？

(2) 某國中的一年級學生人數為六百多人，若將該校一年級學生人數按 9 人或 15 人排成一行，恰好都剛好可排完，該校一年級學生人數可能為多少人？

5

(1) 洋雞隊的職棒選手王小民每 5 天上場先發投球，落雞隊的職棒選手曹阿輝則是每 4 天上場先發投球，如果兩人在 7 月 12 日同時先發主投，則在九月兩人同一天上場先發主投的日子是幾號？

(2) 捷運板南線每 7 分鐘發出一班車，木柵線則是每 9 分鐘發出一班車，如果某天上午 11 點 10 分，兩線剛好同時發車，問在下午 1 點到 3 點，兩線會有幾班車同時發車？



請你來挑戰

1. 填一填。

(1) $30 = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad)$

30 的因數是：_____。

(2) 1~30 的質數有：_____。

(3) 在 5~85 的數中，

a. 6 的倍數有：_____。

b. 9 的倍數有：_____。

c. 6 和 9 的公倍數有：_____。

d. 6 和 9 的最小公倍數是：_____。

2. 在 660、231、490、965、112、325 這些數中，

(1) 2 的倍數有：_____。

(2) 5 的倍數有：_____。

(3) 10 的倍數有：_____。

3. 用長 25 公分、寬 20 公分的長方形紙片，排成一個大正方形，最少需要多少塊此長方形紙片？

4. 5 打果汁要平分給幾個人，每個人得到的果汁瓶數才會一樣（瓶數為整數）？

5. 康康國中舉辦園遊會，要在長 120 公尺、寬 80 公尺的長方形場地架設旗幟，如果每支旗幟設立的間距相等，而且四個角落都要設置旗幟，請問至少需要多少支旗幟？

3

主 題

分數的加減

焦點

1

擴分、約分與通分

1. 擴分：

將一個分數的分子與分母同乘以某數(該數不能為 0)，這個過程稱為**擴分**。

$$\text{例：} \frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15} ; \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} ; \frac{7}{3} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{14}{6}。$$

例題：將 $\frac{8}{15}$ 擴分成分母為 60 的分數。

解：分母從 15 變成 60，必須乘以 4。故擴分時，分子也要乘以 4，

$$\text{即 } \frac{8}{15} = \frac{8 \times 4}{15 \times 4} = \frac{32}{60}。$$

2. 約分：

將一個分數的分子與分母同除以某數(該數不能為 0)，這個過程稱為**約分**。

$$\text{例：} \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3} ; \frac{6}{21} = \frac{6 \div 3}{21 \div 3} = \frac{2}{7} ; \frac{20}{12} = \frac{20 \div 4}{12 \div 4} = \frac{5}{3}。$$

例題：將 $\frac{24}{32}$ 約分成分母為 8 的分數。

解：分母從 32 變成 8，必須除以 4。故約分時，分子也要除以 4，

$$\text{即 } \frac{24}{32} = \frac{24 \div 4}{32 \div 4} = \frac{6}{8}。$$

註：通常我們會將分數表示成**最簡分數**(不能再約分的分數，即分子、分母互質的分數)。

例題：將 $\frac{18}{48}$ 化成最簡分數。

$$\text{解：} \frac{18}{48} = \frac{18 \div 2}{48 \div 2} = \frac{9 \div 3}{24 \div 3} = \frac{3}{8}。$$

3. 通分：

將分母不同的分數，化成分母相同的分數，這個過程成為**通分**。

通分的步驟：(1) 先求出各分母的最小公倍數(或公倍數)。

(2) 再利用擴分，將各分數化為分母相同的分數。

例題：將 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{2}{5}$ 通分。

$$\text{解：} \frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}, \frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}, \frac{1}{3} \text{ 與 } \frac{2}{5} \text{ 通分後的分數為 } \frac{5}{15} \text{ 與 } \frac{6}{15}。$$

1

在()中填入適當的數。

$$(1) \frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{12 \times 4} = \frac{(\quad)}{72}$$

$$(2) \frac{24}{60} = \frac{24 \div 2}{60 \div (\quad)} = \frac{24 \div 3}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{5}$$

$$(3) \frac{7}{20} = \frac{(\quad)}{40} = \frac{7 \times (\quad)}{60} = \frac{56}{(\quad)}$$

$$(4) \frac{84}{30} = \frac{42}{30 \div (\quad)} = \frac{(\quad)}{30 \div 3} = \frac{(\quad)}{5}$$

2

將下列各分數化成最簡分數。

$$(1) \frac{8}{18}$$

$$(2) \frac{15}{25}$$

$$(5) \frac{16}{24}$$

$$(6) \frac{27}{21}$$

$$(3) \frac{28}{72}$$

$$(4) \frac{36}{105}$$

$$(7) \frac{42}{63}$$

$$(8) \frac{54}{135}$$

3

將下列各組分數通分成分母相同的分數。

$$(1) \frac{5}{7}, \frac{7}{9}$$

$$(2) \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$$

$$(3) \frac{5}{6}, \frac{7}{10}$$

$$(4) \frac{5}{12}, \frac{7}{15}$$

2 異分母的比較與加、減運算

1. 比較異分母分數的大小：

要比較異分母分數的大小時，先將異分母的分數通分成同分母的分數，再比較分子，分子大的分數較大，分子小的分數較小。

例題：比較 $\frac{5}{6}$ 與 $\frac{3}{4}$ 的大小。

解：分母 6 與 4 的最小公倍數為 12，將 $\frac{5}{6}$ 與 $\frac{3}{4}$ 通分成母為 12 的分數。

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}, \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}, \quad \frac{10}{12} > \frac{9}{12}, \quad \text{所以 } \frac{5}{6} > \frac{3}{4}。$$

2. 異分母分數的加法：

先通分化成同分母的分數，再將分子相加。

例題： $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$

解：分母 3 與 4 的最小公倍數是 12， $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ ， $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

3. 異分母分數的減法：

先通分化成同分母的分數，再將分子相減。

例題： $\frac{5}{6} - \frac{9}{15} = ?$

解：分母 6 和 15 的最小公倍數是 30， $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$ ， $\frac{9}{15} = \frac{9 \times 2}{15 \times 2} = \frac{18}{30}$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{9}{15} = \frac{25}{30} - \frac{18}{30} = \frac{7}{30}$$

4. 帶分數的加、減法：

(1) 可將整數與分數部分分開計算，然後再將值合併。

(2) 可將帶分數化成假分數後再計算。

例題： $3\frac{5}{8} - 1\frac{7}{12} = ?$

$$\text{解 1：} 3\frac{5}{8} - 1\frac{7}{12} = (3-1) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = 2 + \left(\frac{15}{24} - \frac{14}{24}\right) = 2 + \frac{1}{24} = 2\frac{1}{24}。$$

$$\text{解 2：} 3\frac{5}{8} - 1\frac{7}{12} = \frac{29}{8} - \frac{19}{12} = \frac{87}{24} - \frac{38}{24} = \frac{49}{24} = 2\frac{1}{24}$$

1

利用通分比較下列各組分數的大小。

(1) $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$

(2) $\frac{9}{20}$ 、 $\frac{11}{15}$ 、 $\frac{5}{6}$

(3) $\frac{13}{10}$ 、 $\frac{13}{12}$ 、 $\frac{13}{15}$

(4) $\frac{14}{9}$ 、 $1\frac{2}{5}$ 、 $\frac{13}{6}$

2

計算下列各式的值。

(1) $1\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$

(2) $\frac{35}{4} + 2\frac{3}{8} + 3\frac{7}{12}$

(3) $7\frac{3}{5} - \frac{7}{15} + 2\frac{1}{10}$

(4) $8 - (\frac{9}{2} + 3\frac{1}{4})$

(1) $3\frac{5}{8} + \frac{17}{3}$

(2) $10\frac{43}{100} - 3\frac{7}{20} - 4\frac{2}{5}$

(3) $4\frac{1}{6} - \frac{5}{9} + 2\frac{2}{3}$

(4) $14 - (5\frac{7}{12} + 3\frac{3}{20})$

3

(1) 比 $\frac{11}{24}$ 大，比 $\frac{21}{16}$ 小，且分母為 8 的分數有哪些？

(2) $\frac{61}{72}$ 的分子要減去多少，才可以約成最簡分數 $\frac{3}{4}$ ？

4

(1) 翰祥的身高 $1\frac{1}{10}$ 公尺，宏宇的身高 $1\frac{2}{5}$ 公尺，誰比較高？

(2) 冰箱裡有 6 瓶果汁，小忠喝了 $2\frac{2}{3}$ 瓶，小文喝了 $2\frac{3}{8}$ 瓶，誰喝的多？

5

(1) 子俊和祥超合買了一個披薩，子俊吃了 $\frac{1}{3}$ 個，祥超吃了 $\frac{1}{2}$ 個，兩人共吃掉幾個？

(2) 惠惠想做一杯綜合果汁，她把 $\frac{7}{10}$ 公升的芭樂汁和 $\frac{1}{6}$ 公升的柳橙汁倒在一起，會變成多少公升的綜合果汁？

6

(1) 秀欣用 $2\frac{3}{8}$ 公尺的彩帶做了一隻蜻蜓，又用 $1\frac{1}{6}$ 公尺的彩帶做了一隻蝴蝶，她一共用了多長的彩帶？

(2) 水桶裡原有 $1\frac{5}{6}$ 公升的水，後來又注入 $2\frac{1}{18}$ 公升，水桶裡共有多少公升的水？



請你來挑戰

1. 比較下列各組分數的大小。

(1) $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{7}{5}$ 、 $\frac{9}{7}$ (3) $2\frac{3}{4}$ 、 $2\frac{7}{12}$

2. 計算下列各式的值。

(1) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ (2) $\frac{7}{5} - \frac{2}{3}$ (3) $5\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3}$

3. 媽媽買了一個西瓜，哥哥吃了 $\frac{1}{5}$ 個，姐姐吃了 $\frac{2}{7}$ 個，兩人共吃了幾個西瓜？

4. 爸爸的身高是 $1\frac{4}{5}$ 公尺，志鴻的身高是 $1\frac{1}{6}$ 公尺，兩人的身高相差多少公尺？

5. 叔叔將院子的 $3\frac{1}{4}$ 平方公尺做噴水池， $1\frac{1}{2}$ 平方公尺種花，則噴水池和花圃的面積相差多少平方公尺？

6. 于婷和同學去郊遊，去的時候花了 $1\frac{5}{6}$ 小時，回來的時候花了 $2\frac{1}{4}$ 小時，則回來多了幾小時？

4

主題

分數的乘除

焦點

1 分數的乘法

1. 分數乘以整數或整數乘以分數：

將分數中的分子與整數相乘，再除以分母。即 $\frac{乙}{甲} \times 丙 = \frac{乙 \times 丙}{甲}$ 或 $丙 \times \frac{乙}{甲} = \frac{丙 \times 乙}{甲}$ 。

註：若可約分時，則可先約分再進行計算。

$$\text{例：} \frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\text{例：} 10 \times \frac{3}{25} = 2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

2. 帶分數乘以整數或整數乘以帶分數：

先將帶分數化為假分數，再依照上述「分數 × 整數」或「整數 × 分數」的方法計算。

$$\text{例：} 3\frac{1}{5} \times 4 = \frac{16}{5} \times 4 = \frac{64}{5} = 12\frac{4}{5}$$

$$\text{例：} 24 \times 2\frac{5}{18} = 24 \times \frac{41}{18} = \overset{4}{\cancel{24}} \times \frac{41}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{164}{3} = 54\frac{2}{3}$$

3. 分數乘以分數：

分數相乘時，可以將分子乘以分子，分母乘以分母來計算。即 $\frac{乙}{甲} \times \frac{丁}{丙} = \frac{乙 \times 丁}{甲 \times 丙}$ 。

$$\text{例：} \frac{3}{8} \times \frac{4}{15} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{4}}{\cancel{8} \times \cancel{15}} = \frac{1}{10}$$

$$\text{例：} \frac{9}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{12}_4} = \frac{3}{4}$$

4. 帶分數乘以分數：

先將帶分數化為假分數，再依照「分數 × 分數」的方法計算。

$$\text{例：} 1\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{11}{8} \times \frac{\cancel{4}}{5} = \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$$

5. 帶分數乘以帶分數：

先將所有帶分數化為假分數，再依照「分數 × 分數」的方法計算。

$$\text{例：} 3\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{3} = \frac{15^5}{4} \times \frac{16^4}{3} = 20$$

1

計算下列各式的值。

(1) $\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$

(2) $45 \times 2\frac{7}{9}$

(5) $\frac{10}{3} \times \frac{9}{16}$

(6) $56 \times \frac{5}{14}$

(3) $2\frac{22}{27} \times 2\frac{5}{38}$

(4) $\frac{3}{5} \times \frac{15}{12} \times 4\frac{25}{30}$

(7) $7\frac{5}{9} \times 3\frac{3}{5}$

(8) $\frac{7}{5} \times \frac{9}{7} \times \frac{11}{9}$

2

(1) 一包糖果有 45 顆，橘子口味佔了 $\frac{5}{9}$ 包，請問 $4\frac{2}{5}$ 包的糖果中橘子口味的有幾顆？

(2) 承左題，如果一包剩下的都是葡萄口味，則 $3\frac{1}{4}$ 包的糖果中葡萄口味的有幾顆？

3

(1) 一包重 15 公斤的米，上星期吃了全部的 $\frac{1}{3}$ ，這星期吃了全部的 $\frac{3}{10}$ ，請問還剩下多少公斤的米？

(2) 一瓶果汁容量是 $\frac{5}{8}$ 公升，小明 喝了 $\frac{7}{15}$ 瓶，大明 喝了剩下的 $\frac{3}{7}$ ，請問兩人共喝了多少公升的果汁？

4

(1) 長為 $\frac{9}{2}$ 公分，寬為 $6\frac{2}{5}$ 公分，高為 $\frac{15}{8}$ 公分的長方體，體積是多少？

(2) 周長為 $10\frac{6}{17}$ 的正方形，面積是多少？

5

(1) 大包砂糖每包重 $4\frac{4}{5}$ 公斤，小包砂糖的重量是大包砂糖的 $\frac{3}{8}$ 倍，如果各買 6 包，一共是多少公斤重？

(2) 大水管一分鐘注水 $8\frac{2}{3}$ 公升，小水管一分鐘注水 $3\frac{5}{18}$ 公升，兩條水管同時注水 $12\frac{3}{5}$ 分鐘後，共有多少公升的水？

2 分數的除法

1. 分數除以整數：

直接將分母與除數相乘，即 $\frac{乙}{甲} \div 丙 = \frac{乙}{甲 \times 丙}$ 。

$$\text{例：} \frac{1}{4} \div 5 = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{20}$$

$$\text{例：} \frac{3}{5} \div 9 = \frac{3}{5 \times 9} = \frac{1}{15}$$

2. 帶分數除以整數：

若是帶分數，則先將帶分數化為假分數，再依照「分數 ÷ 整數」的方式計算。

$$\text{例：} 1\frac{14}{16} \div 5 = \frac{30}{16} \div 5 = \frac{30}{16 \times 5} = \frac{3}{8}$$

$$\text{例：} 1\frac{2}{3} \div 4 = \frac{5}{3} \div 4 = \frac{5}{3 \times 4} = \frac{5}{12}$$

3. 整數除以分數或分數除以整數：

把除數的分子和分母顛倒後，再和被除數相乘，

$$\text{即：} 丙 \div \frac{乙}{甲} = 丙 \times \frac{甲}{乙} = \frac{丙 \times 甲}{乙}$$

整數 ÷ 分數

分子、分母顛倒

$$\frac{乙}{甲} \div \frac{丁}{丙} = \frac{乙}{甲} \times \frac{丙}{丁} = \frac{乙 \times 丙}{甲 \times 丁}$$

分數 ÷ 分數

$$\text{例：} 2 \div \frac{5}{3} = 2 \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{例：} \frac{6}{7} \div \frac{5}{8} = \frac{6}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{6 \times 8}{7 \times 5} = \frac{48}{35}$$

$$\text{例：} \frac{8}{11} \div \frac{4}{11} = \frac{8}{11} \times \frac{11}{4} = \frac{8 \times 11}{11 \times 4} = 2$$

4. 帶分數除以分數：

先將帶分數化為假分數，再依照「分數 ÷ 分數」的方式計算。

$$\text{例：} 4\frac{2}{3} \div \frac{7}{9} = \frac{14}{3} \div \frac{7}{9} = \frac{14}{3} \times \frac{9}{7} = \frac{14^2}{3} \times \frac{9^3}{7} = 2 \times 3 = 6$$

1

計算下列各式的值。

(1) $\frac{21}{48} \div 7$

(2) $4\frac{5}{6} \div 2\frac{1}{6}$

(3) $3\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

(4) $1\frac{3}{8} \div \frac{9}{14} \div \frac{5}{6}$

(5) $20\frac{3}{10} \div 6$

(6) $\frac{21}{56} \div \frac{33}{56}$

(7) $2\frac{2}{7} \div 2\frac{2}{3}$

(8) $\frac{3}{10} \div \frac{1}{12} \div \frac{2}{5}$

2

(1) 把 $2\frac{2}{3}$ 個披薩平分給 4 個人，每人可以得到幾個披薩？

(2) 把 $\frac{5}{9}$ 個蛋糕平分給 2 個人，每人可以得到幾個蛋糕？

3

有一塊土地，全部的 $\frac{9}{20}$ 種花、 $\frac{5}{16}$ 種菜，則種花的面積是種菜面積的幾倍？

一個西瓜重 $15\frac{1}{2}$ 公斤，一個鳳梨重 $3\frac{5}{6}$ 公斤，請問一個西瓜的重量相當於幾個鳳梨？

4

小李參加馬拉松比賽，跑了 $2\frac{7}{10}$ 公里後，剛好是全程的 $\frac{3}{5}$ ，請問小李參加的是幾公里的馬拉松比賽？

一匹長 60 公尺的布，用去 $5\frac{3}{4}$ 公尺後，剩下的布可做成 14 件西裝，請問平均一件西裝要用去多少公尺長的布？

5

某廠牌汽車加了 $20\frac{1}{4}$ 公升的汽油後，可讓該車行駛 252 公里，若以此種耗油量來算，行駛 $18\frac{2}{3}$ 公里需用掉多少公升的油？

一梯形面積為 $36\frac{1}{6}$ 平方公尺，如果其高為 4 公尺，下底為 $9\frac{2}{3}$ 公尺，請問上底是多少公尺？

3 分數的四則運算

1. 分數化成小數

只要將分數中的分子除以分母，就可以將分數化成小數。若遇有除不盡時，通常以四捨五入法取到指定的位數。

例題：將下列各分數化成小數。(無法整除時，以四捨五入取到小數第二位)

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{25}{36} \quad (3) \frac{228}{121} \quad (4) 1\frac{5}{8}$$

$$\text{解：(1) } \frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25 \quad (2) \frac{25}{36} = 25 \div 36 = 0.6944\cdots \approx 0.69$$

$$(3) \frac{228}{121} = 228 \div 121 = 1.8842\cdots \approx 1.88$$

$$(4) 1\frac{5}{8} = 1 + \frac{5}{8} = 1 + (5 \div 8) = 1 + 0.625 = 1.625$$

2. 小數化成分數

- (1) 一位小數化成分數時，分母為 10，將小數的小數點去掉，即為分子。
- (2) 二位小數化成分數時，分母為 100，將小數的小數點去掉，即為分子，如果分子的前一位是 0，則省略不寫；……依此類推。
- (3) 習慣上會將分數化成最簡分數。如果是帶小數，則化成帶分數，整數部分相同，只要將純小數部分化成分數即可。

例題：將下列各小數化成分數。

$$(1) 0.7 \quad (2) 0.19 \quad (3) 25.367 \quad (4) 42.0012$$

$$\text{解：(1) } 0.7 = \frac{7}{10} \quad (2) 0.19 = \frac{19}{100} \quad (3) 25.367 = 25 + 0.367 = 25\frac{367}{1000}$$

$$(4) 42.0012 = 42 + 0.0012 = 42\frac{12}{10000} = 42\frac{3}{2500}$$

3. 整數、分數與小數的四則運算規律

當整數、分數與小數混合運算時，通常會將小數化成分數，然後依照先乘除後加減的運算法則運算；若算式中有括號，則括號內的先算。

$$\text{例題：} \frac{4}{13} \times 52 + (7 + 42 \div 6 + 2) \times 1.25 = ?$$

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{4}{13} \times 52 + (7 + 42 \div 6 + 2) \times \frac{5}{4} = \frac{4}{13} \times 52 + (7 + 7 + 2) \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{4}{13} \times 52 + 16 \times \frac{5}{4} = 16 + 20 = 36 \end{aligned}$$

1

將下列各題分數化成小數，小數化成分數。(以四捨五入取到小數第二位)

(1) $\frac{2}{5}$

(2) $5\frac{7}{16}$

(3) 0.29

(4) 12.012

(5) $\frac{3}{8}$

(6) $\frac{524}{346}$

(7) 5.006

(8) 0.0106

2

計算下列各式的值。

(1) $\frac{2}{5} \times 15 - 0.6 + 7 \times (\frac{1}{6} \times 42 \div 7)$

(2) $3\frac{2}{7} \times 14 + 3\frac{2}{7} \times 7$

(3) $0.7 \times 5 + 4\frac{1}{2} \times (14 - 84 \div 7)$

(4) $1.6 \times 63 - \frac{3}{5} \times 63$



請你來挑戰

1. 將下列各題分數化成小數，小數化成分數。

(1) $\frac{2}{25}$ (2) $3\frac{3}{20}$ (3) 0.64 (4) 3.215

2. 計算下列各式的值。

(1) $\frac{1}{16} \times 48 - (\frac{1}{2} \times 24) \times 0.25$ (2) $5 \times 3.2 - 14 \times \frac{1}{2} + 2.5$

(3) $(1\frac{3}{8} - \frac{5}{8}) - 0.75 + 28 \div 2$ (4) $179.8 \times 1.36 - 179.8 \times 0.36 - 179$

3. 有一水塔，原水量為 200 公升，每分鐘進水量為 $6\frac{2}{3}$ 公升，但發現水塔有裂痕導致漏水，若每分鐘漏水量為 $1\frac{1}{4}$ 公升，則：

- (1) 每分鐘水量多幾公升？
- (2) 經過幾分鐘後，水量可達 500 公升？

4. 一個水壺裝滿水後的重量為 880 公克，若喝掉 $\frac{1}{4}$ 的水後，總重量變成 680 公克，則水壺本身的重量為多少公克？

5. 一盒蛋塔有 6 個，若 $8\frac{1}{3}$ 盒的蛋塔製作需要 45 顆雞蛋，請問平均製作一個蛋塔需要幾顆雞蛋？

1 以符號代表數

1. 以符號代表數：

我們除了可以用□、○、△、……符號來代表一個數，也可以用甲、乙、丙、……，
 ㄅ、ㄆ、ㄇ、……或 a 、 b 、 c 、…… x 、 y 、 z 等文字符號來代表一個數。

例題：如果哥哥比弟弟大 2 歲，妹妹比弟弟小 3 歲，則：

(1) 如果弟弟今年□歲，則哥哥今年幾歲？妹妹今年幾歲？

(2) 如果弟弟今年 x 歲，則哥哥今年幾歲？妹妹今年幾歲？

解：由題意可知，哥哥的年齡 = 弟弟的年齡 + 2，妹妹的年齡 = 弟弟的年齡 - 3

(1) 弟弟的年齡 = □，則哥哥的年齡 = □ + 2，妹妹的年齡 = □ - 3

(2) 弟弟的年齡 = x ，則哥哥的年齡 = $x + 2$ ，妹妹的年齡 = $x - 3$

2. 乘法運算：

(1) 當數與文字相乘或文字與文字相乘時，因為乘號「 \times 」與英文字母「 x 」容易混淆，我們通常將乘號「 \times 」簡寫成「 \cdot 」或省略不寫。

(2) 通常將數字寫在文字之前，遇有分數時，也可以將文字符號與分子相乘，則文字符號寫在分子。

例題：清涼口香糖每包 7 元，美芬買了 x 包，總共需付多少元？

解：總共需付 $7 \times x$ 元，也可以寫成 $7 \cdot x$ 或 $7x$ ，所以美芬總共需付 $7x$ 元。

例題：一包米重 y 公斤，那麼 $\frac{3}{5}$ 包米重幾公斤？

解： $\frac{3}{5}$ 包米重 $y \times \frac{3}{5}$ 公斤，也可以寫成 $y \cdot \frac{3}{5}$ 或 $\frac{3}{5}y$ ，所以 $\frac{3}{5}$ 包米重 $\frac{3}{5}y$ 公斤。

3. 除法運算：

當文字除以整數時，可以改寫成分數，將文字當成分子。

例題：有 5 個小朋友一起去烤肉，總共花了 x 元，平均每人花多少元？

解：平均每人花 $x \div 5$ 元， $x \div 5 = \frac{x}{5}$ ，所以平均每人花 $\frac{x}{5}$ 元。

1

- (1) 一碗紅豆牛奶冰比一碗紅豆冰貴 5 元，如果一碗紅豆冰 x 元，則一碗紅豆牛奶冰幾元？
- (2) 一個漢堡和一份蘿蔔糕共 55 元，如果一個漢堡 y 元，則一份蘿蔔糕幾元？
- (3) 建宏的身高比志偉矮 8 公分，如果建宏的身高是 x 公分，則志偉的身高是幾公分？
- (4) 偉龍和思翰的體重一共是 92 公斤，如果思翰的體重是 y 公斤，則偉龍的體重是幾公斤？

2

- (1) 正三角形的邊長為 a 公分，則它的周長是幾公分？
- (2) 長方形的面積為 b 平方公分，如果長為 6 公分，則寬為幾公分？
- (3) 一包巧克力 a 元，5 包相同的巧克力幾元？
- (4) 一箱可樂有 24 罐，如果一箱可樂 b 元，平均一罐可樂幾元？

3

- (1) 小婷生日，帶糖果到學校請同學吃，結果每人分得 3 顆，還剩下 5 顆，如果同學有 x 人，則共有幾顆糖果？
- (2) 紹真的身高比爸爸身高的一半多 12 公分，如果爸爸的身高是 x 公分，則紹真的身高是幾公分？

2 算式的值

1. 求算式的值：

像 $a-2$ 、 $2b+3$ 、 $\frac{3}{4}x$ 、……這些帶有文字符號的式子代表什麼數，是由式子中的文字符號所代表的數來決定；也就是說，如果知道式子中的文字符號所代表的數，就可以求出這個式子所代表的數了。

例題：依據下列 x 所代表的數，求出 $3x+1$ 所代表數分別是多少？

(1) $x=4$ (2) $x=0.5$ (3) $x=\frac{1}{3}$

解：(1) $x=4$ ， $3x+1=3\times 4+1=12+1=13$

(2) $x=0.5$ ， $3x+1=3\times 0.5+1=1.5+1=2.5$

(3) $x=\frac{1}{3}$ ， $3x+1=3\times \frac{1}{3}+1=1+1=2$

跟著做做看

1

求下表中 (1)~(9) 所代表的數是多少？

算式 \ x	6	3.2	$1\frac{1}{4}$
$x+2$	(1)	(2)	(3)
$4x-5$	(4)	(5)	(6)
$\frac{8}{9}x-1$	(7)	(8)	(9)

算式 \ x	2	0.6	$\frac{1}{3}$
$6x$	(1)	(2)	(3)
$5+3x$	(4)	(5)	(6)
$7-\frac{3}{5}x$	(7)	(8)	(9)

1. 以文字符號列等式：

我們可以將日常生活中所發生的問題，以「符號代表數」的方式來表示。
如果能知道這些式子的最後結果，就可以寫成「等式」。

例題：將下列敘述改寫成等式。

- (1) 一卷底片的售價是 x 元，小平買 5 卷，總共付了 265 元。
- (2) 一張長方形卡片，長是 x 公分，長比寬多 5 公分，寬是 7 公分。
- (3) 一本書有 y 頁，媽媽 8 天看完，平均每天看 16 頁。
- (4) 甲數是 a ，乙數是甲數的五分之一，乙數是 10。
- (5) 彥庭有 b 元，小偉的錢比彥庭的 3 倍少 2 元，小偉有 310 元。

解：(1) $5x = 265$ (2) $x - 5 = 7$ (3) $\frac{y}{8} = 16$ (4) $\frac{1}{5}a = 10$ (5) $3b - 2 = 310$

2. 等量公理求解：

在等號的左、右兩邊同時加、減、乘、除同一數(其中除數不為 0)，則等號仍然成立，此稱為等量公理。

- (1) 等量加法公理：若甲 = 乙，則甲 + 丙 = 乙 + 丙。
- (2) 等量減法公理：若甲 = 乙，則甲 - 丙 = 乙 - 丙。
- (3) 等量乘法公理：若甲 = 乙，則甲 \times 丙 = 乙 \times 丙。
- (4) 等量除法公理：若甲 = 乙，則甲 \div 丙 = 乙 \div 丙。

例題：利用等量公理求出下列各式的解。

(1) $x - 3 = 7$ (2) $x + 8 = 20$ (3) $x \div 2 = 3$ (4) $4x = 12$

解：(1) $x - 3 = 7$ (左右同加 3)

$$x - 3 + 3 = 7 + 3$$

$$x = 10$$

(3) $x \div 2 = 3$ (左右同乘 2)

$$x \div 2 \times 2 = 3 \times 2$$

$$x = 6$$

(2) $x + 8 = 20$ (左右同減 8)

$$x + 8 - 8 = 20 - 8$$

$$x = 12$$

(4) $4x = 12$ (左右同除以 4)

$$4x \div 4 = 12 \div 4$$

$$x = 3$$

1

求出下列各式的解。

(1) $2x + 3 = 5$

(2) $y - 4 = 2$

(5) $z + 1\frac{1}{4} = 4$

(6) $7x - 4 = 10$

(3) $4x + 5 = 9$

(4) $\frac{a}{8} + 2 = 10$

(7) $3b - 5 = 4$

(8) $\frac{2}{3}y - 7 = 21$

2

(1) 小宣今年 x 歲，3 年前她是 10 歲，小宣 今年幾歲？

(2) 炳環 買了 y 元的鉛筆 1 枝和 10 元的橡皮擦 1 塊，共花了 36 元，鉛筆 1 枝幾元？

(3) 六年甲班開同學會，全班 32 人共花了 z 元，平均每人花幾元？

(4) 爸爸的體重比惠如的體重 3 倍少 10 公斤，惠如的體重是 x 公斤，如果爸爸的體重是 65 公斤，那惠如的體重是多少公斤？

(5) 一瓶果汁有 x 毫升，5 瓶共 3000 毫升，一瓶果汁有多少毫升？

(6) 6 包鹽巴共重 y 公克，平均每包重 400 公克，6 包鹽巴共重幾公克？

(7) 哥哥買了一包 a 元的餅乾和一包 25 元的糖果共花了 47 元，一包餅乾幾元？

(8) 小莉 今年 z 歲，媽媽的年齡比小莉的 2 倍多 6 歲，如果媽媽今年 30 歲，那小莉 今年是幾歲？



請你來挑戰

1. 填一填。

- (1) 長方形的長為寬的 3 倍，如果寬為 a 公分，那麼長為_____公分。
- (2) 六年乙班的男生人數比全班人數的一半少 2 人，女生人數比全班人數的 $\frac{2}{5}$ 多 10 人，如果全班有 x 人，那麼男生有_____人，女生有_____人。
- (3) 一份原味蛋餅比一份肉鬆蛋餅便宜 10 元，如果一份原味蛋餅 y 元，那麼一份肉鬆蛋餅_____元。

2. 在下表空格中填入各算式的值。

算式 x	$x+1$	$3x$	$2x-1$	$\frac{1}{2}x$	$3x+2$
4					
0.6					
$\frac{2}{3}$					

3. 小惠的身高比小莉多 8 公分，小惠的身高是 a 公分，小莉的身高是 136 公分。

- (1) 列出等式：_____。
- (2) 小惠的身高是多少公分？

4. 建宏的存款有 b 元，浩哲的存款是建宏的一半，浩哲的存款有 2500 元。

- (1) 列出等式：_____。
- (2) 建宏的存款有多少元？